**DESCRIZIONE NIM**

Il gioco del Nim è uno dei giochi matematici più vecchi e più intriganti oggi conosciuti. Come spesso capita quando si tratta di giochi particolarmente antichi, è difficile datare con certezza il Nim. Probabilmente il gioco è originario dell'antica **Cina** intorno al 2500/3000 a.C. e comparve per la prima volta in Europa nel Cinquecento. Il nome e la teoria completa del gioco furono inventate nel 1902 da **Leonard Bouton**, docente di matematica alla **Harvard University**, esposte in Bouton (1901). Egli lo identificò, inizialmente, con il millenario gioco cinese del “Fan-Tan”.

A Bouton si deve il nome che è oggi attribuito al gioco. Il matematico prese il nome dal verbo **tedesco** nehmen, il cui imperativo è nimm.

Il significato del verbo è prendere, prelevare cioè l'azione che è alla base del gioco. Consideriamo sia solo una coincidenza il fatto che in cinese il termine nian - che si pronunzia nim in **Cantonese** - significhi proprio prendere. Nel testo Gardner (1967) il lettore può trovare un’estesa descrizione della sua nascita.

Il gioco è conosciuto anche con il nome **Tactix**, ma anche con il nome **Marienbad o** di Tic-tac-toe.

Nim rientra fra quei giochi che implicano la ricerca di strategie per ottenere la vittoria.

La maggior popolarità raggiunta dal gioco la si deve al film ***L'anno scorso a Marienbad*** (L'année dernière à Marienbad) di **Alain Resnais**, ideato e sceneggiato da **Alain Robbe-Grillet**, 1961. Il film vinse a Venezia il "leone d'oro" in quell'anno.

Marienbad è il nome di una città termale boema (conosciuta anche con il vecchio nome **Marianske Laznie**, risalente al periodo antecedente alla Prima Guerra Mondiale) presso la quale si snodano le vicende narrate dal regista francese.

 \_ 

Il Nim ha un ruolo assolutamente di rilievo nel film.

**Scopo e regole**

Per giocare a Nim si possono usare gli oggetti più disparati. Non occorre certo cercare cose complicate, basta solo avere a disposizione una serie di oggetti uguali (matite, striscioline di carta …) da disporre sopra un tavolo. Si parte con una serie di pile contenenti un certo numero di elementi (il numero delle pile e degli elementi di ciascuna pila sono concordati a piacere tra i giocatori all'inizio della partita). Volendo si può giocare con carta e penna, segnando su un foglio una serie di pallini che via via saranno cancellati dai due partecipanti in base alla strategia adottata.

Utilizzando un linguaggio specifico diremo:

Sono dati *n* insiemi (o mucchietti di oggetti) *A*1, *A*2, …, *An* di cardinalità |*Ai*| = *ai*, con *ai* ≠0, per *i* = 1, 2, …, *n*.

In ogni mossa il giocatore di turno deve scegliere uno dei mucchietti (che non sia già vuoto) e rimuovere da esso un certo numero di oggetti, da un minimo di uno fino all’intero mucchietto. Vince il giocatore che rimuove l’ultimo elemento. Non è possibile passare (saltare la mossa).

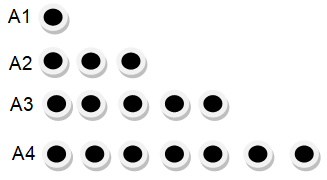
Osserviamo la seguente situazione:

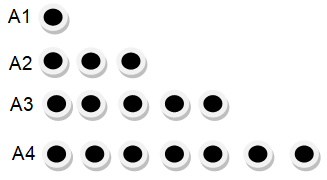
A1

A2

A3

A4





In questo caso il primo giocatore (rosso) ha tolto quattro oggetti dall’insieme di sette, mentre il secondo giocatore (giallo) ne ha tolti due dall’insieme di tre. Perde il giocatore che non può più prendere alcun oggetto sul tavolo da gioco. Il gioco del Nim può essere giocato anche all’“inverso” (*versione misère*): in questo caso perde chi prende l’ultimo (o gli ultimi) pezzo (pezzi) rimasto sul banco. Possiamo giocare a Nim in entrambe le maniere, ma è necessario concordarlo inizialmente. In questa scheda daremo qualche suggerimento per la strategia applicabile alla versione classica (vince chi fa l’ultima mossa). Consigliamo anche di iniziare con configurazioni semplici in modo da far capire bene agli allievi come si gioca.

**COME LAVORARE IN CLASSE (dai 7 ai 10 anni)**

**CLASSI DI RIFERIMENTO**

Il gioco ha delle regole molto semplici e si presta bene ad essere utilizzato con classi di bambini dai 7 ai 10 anni per un primo approccio al pensiero strategico-deduttivo.

**TRAGUARDI DI APPRENDIMENTO**

Attraverso questo gioco, lo studente è stimolato a:

- costruire ragionamenti, fondandosi su ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri;

**DISCIPLINE COINVOLTE**

Matematica

**ATTIVITA’**

**Prima fase** (spiegazione della procedura - consegna)

La prima fase del lavoro è dedicata alla rilettura delle regole in modo da accertarsi che tutti gli allievi abbiano ben compreso lo scopo e le possibili mosse da attuare. Il senso dato all’allievo alla regola comunicata può non coincidere con quella che il docente aveva intenzione di esprimere. Si deve essere certi che l’allievo ha recepito la consegna del docente come regola d’azione, che l’abbia memorizzato ed interiorizzata. Si consiglia di preparare (o far preparare dagli allievi) un cartellone (simile a [regole\_NIM](regole_NIM.pdf)) dove è riportato in modo semplice e chiaro tutto ciò che gli allievi devono sapere per poter giocare. Questa fase è particolarmente importante perché permette agli allievi di rifarsi alle regole del gioco in caso di controversia o di necessità di giustificazione di una mossa. Il docente propone una partita tra lui e un allievo, mentre il resto della classe assiste. È importante che anche l'insegnante giochi, per contribuire al clima di condivisione e fiducia, e per scegliere opportune sequenze di gioco con funzione di controesempio ad eventuali osservazioni non corrette. Infatti sarà cura del docente ad ogni mossa chiedere se rientra in una possibile azione oppure no. Di seguito cede il suo posto ad un allievo.

**Seconda fase** (partite a coppie)

Si formano gruppi di 3 allievi, dove a rotazione 2 giocano e 1 tiene traccia delle mosse attuate. La situazione di partenza è data, ad esempio (1-3-5-7).

Si devono giocare almeno 3 partite (ogni allievo gioca con un compagno diverso). In questa fase i ragazzi applicano le regole , prendono decisioni, agiscono, si rendono conto un po’ alla volta che non è una buona strategia (almeno a partita già avanzata) togliere oggetti a caso, con l’azione diretta cominciano a fare in maniera implicita alcune considerazioni strategiche (ad esempio: una volta rimasti con due insiemi non vuoti di oggetti, è necessario prestare particolare attenzione alle mosse dell’avversario). Il docente gira tra i banchi e si assicura che non ci siano difficoltà. Il tenere traccia delle mosse permette di affinare di volta in volta il ragionamento in base ad eventuali errori commessi o mosse particolarmente efficaci.

**Terza fase** (discussione a grande gruppo)

Sfruttando la versione gigante del gioco il docente ragiona con gli allievi sulle possibili strategie da utilizzare in casi semplici, cercando di capire se esistono mosse vincenti per il primo o per il secondo giocatore.

Prima di generalizzare il numero di insiemi e quanti oggetti per ogni insieme occorre analizzare alcuni casi semplici.

1) Un solo insieme *A*1 con *n* oggetti. Qualsiasi sia il numero di oggetti presenti, è evidente che la mossa vincente può essere giocata dal primo giocatore che svuota completamente l’insieme.

2) Due insiemi *A*1, *A*2 con un certo numero di elementi ciascuno. In questo caso la strategia vincente dipende dal numero di elementi contenuti in ciascun insieme:

- se i due insiemi contengono lo stesso numero di elementi il secondo giocatore può replicare simmetricamente la mossa del primo giocatore togliendo lo stesso numero di elementi dall’insieme non toccato dal primo giocatore;

- se, invece, i due insiemi contengono un numero diverso di elementi, allora sarà il primo giocatore a possedere la strategia vincente, basterà che egli sottragga dall’insieme con il numero di elementi maggiore tanti elementi (nello specifico la differenza tra le numerosità dei due insiemi) quanti ne bastano per lasciare all’avversario i due insiemi con lo stesso numero di oggetti.

3) Si può passare adesso ad affrontare un Nim a tre insiemi di oggetti. Si parte con un caso semplice, una situazione iniziale dove almeno due insiemi contengano lo stesso numero di elementi. Anche in questo caso esiste una strategia vincente ed è a favore del primo giocatore: basterà che egli prenda tutti gli oggetti dall’insieme con un numero diverso di elementi in modo tale da lasciare all’avversario due insiemi con lo stesso numero di oggetti.

Si può gestire in modo efficace anche il caso in cui la configurazione sia 1-2-3.

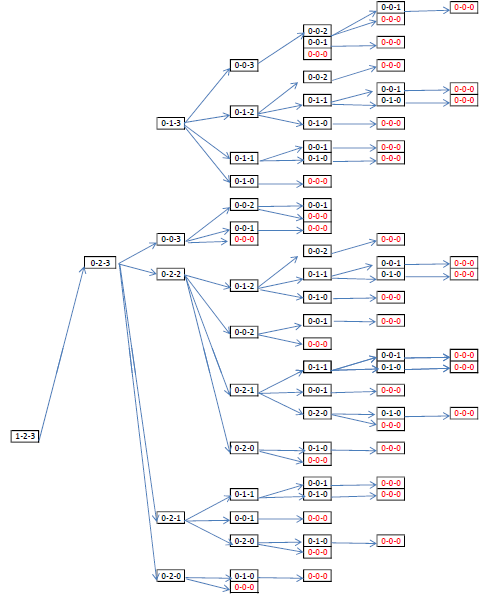
A2

A1

A3

È interessante in questa situazione lavorare con gli allievi sui ragionamenti di tipo deduttivo, andando ad analizzare a priori le conseguenze di una propria mossa. Nello specifico è interessante costruire con gli allievi un diagramma ad albero in cui si esplicitano tutti i possibili casi e quali portano alla vittoria il primo giocatore e quali il secondo.

Se ne riporta di seguito un esempio:



primo

secondo

primo

secondo

primo

secondo

…

In questo modo gli allievi sono portati a pensare in anticipo le possibili mosse dell’avversario e di conseguenza correggere la propria scelta prima di effettuarla.

Se non rientriamo in nessuno di questi casi semplici la ricerca della strategia vincente si fa un pochino più complessa. In questo caso non si consiglia la trattazione in un secondo ciclo, ma la si rimanda alla scuola media.

**Quarta fase** (partite libere con una situazione iniziale di 3 insiemi e un numero di oggetti casuale ed eventuale organizzazione di un torneo)

Gli allievi conducono partite libere, cercando di mettere in evidenza ciò che si è imparato e provando ad analizzare situazioni diverse.

**COME LAVORARE IN CLASSE (dai 10 ai 14 anni)**

**CLASSI DI RIFERIMENTO**

Con classi di studenti dai 10 ai 14 anni si può cominciare a ragionare sugli aspetti matematici della strategia illustrata.

**TRAGUARDI DI APPRENDIMENTO**

Attraverso questo gioco, l’allievo è stimolato a:

- costruire ragionamenti, fondandosi su ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri; esprime e testa congetture dedotte da situazioni reali o astratte;

- sostenere le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accettare di cambiare opinione riconoscendo la logica e la correttezza di un’argomentazione altrui;

- gestire con sicurezza il calcolo mentale e mentale-scritto nell’insieme dei numeri reali, ne padroneggia le diverse proprietà e rappresentazioni; stimare il risultato di un calcolo e valuta l’opportunità di ricorrere a una calcolatrice in situazioni che la richiedono;

- applicare il pensiero matematico per comprendere e risolvere con fiducia e determinazione situazioni-problema sia reali sia astratte concernenti tutti gli ambiti previsti per questo ciclo, mantenendo il controllo critico sia sui processi risolutivi sia sui risultati, esplorando e provando diverse strade risolutive e valutando in modo critico le informazioni e la loro coerenza;

- sviluppare un atteggiamento positivo rispetto alla matematica per mezzo di esperienze significative e comprendere come molti dei saperi matematici appresi siano utili per operare nella realtà.

**DISCIPLINE COINVOLTE**

Matematica

**ATTIVITA’**

Il Nim è divenuto piuttosto famoso perché ha una strategia di vittoria semplice, basata sul calcolo binario. Con le classi della scuola media è interessante giungere alla formulazione della strategia utilizzando questo strumento matematico. La prima parte dell’attività sarà comunque dedicata all’esposizione e chiarimento delle regole e alla simulazione di alcuni casi semplici da studiare insieme agli allievi, così come mostrato per il secondo ciclo.

Dopodiché si può passare all’analisi di casi più complessi in cui intervengono in modo più specifico alcuni strumenti matematici utili a individuare la strategia vincente, in questo caso la notazione binaria.

Occorre esprimere la quantità di oggetti contenuta in ciascun insieme in base 2.

Qualora non sia stato affrontato il tema della conversione di numeri da notazione decimale e notazione binaria, è bene dedicare una fase di preparazione all’allenamento degli allievi a compiere questa operazione. Da un punto di vista didattico operare queste conversioni è molto interessante perché entrano in gioco diverse operazioni aritmetiche che l’allievo deve saper gestire in modo agevole (divisioni successive, identificazione di gruppi di potenze di 2 ecc.). Vale la pena ricordare che per ogni numero intero questa scomposizione esiste ed è unica.

Quindi ad esempio se la configurazione iniziale è 1-3-5-7 si avrà:

1 = 1

3 = 11

5 = 101

7 = 111

Poi si dispongono i numeri così ottenuti in modo tale da incolonnare le cifre corrispondenti e si sommano le cifre di ciascuna colonna, come si se dovesse appunto calcolare la somma. Invece di fare la somma tradizionale, a questo punto si scrive una **p** in ogni colonna dove compaiono un numero pari di 1 e una **d** se in quella colonna compaiono un numero dispari di 1.

Questo risultato è denominato *somma-nim*.

22 21 20

7 1 1 1

5 1 0 1

3 1 1

1 1

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

p p p

Se la *somma-nim* è costituita da una sequenza di soli *p* la configurazione si dice *sicura* altrimenti è *insicura.*

Si può dimostrare che è sempre possibile raggiungere una configurazione *sicura* a partire da una *insicura* (e viceversa), mentre è impossibile ottenere una configurazione *sicura* partendo da una configurazione *sicura*.

In questo caso non forniremo una dimostrazione formale di questo fatto, peraltro non alla portata di allievi delle scuole medie, ma si consiglia di trovare degli esempi con numeri semplici che vadano a validare queste affermazioni. Ad esempio nella situazione mostrata è interessante chiedere quali mosse (se esistono) permettono di mantenere la configurazione sicura e quali la rendono insicura. Questo esercizio costringe gli allievi a passare dal sistema binario al sistema decimale e viceversa mantenendo il controllo continuo dei numeri in gioco.

Poiché l’obiettivo del gioco è arrivare alla configurazione (*sicura*) 0 e dato che da una instabile si può sempre arrivare ad una configurazione stabile, si evince che ogni situazione stabile è perdente per chi si trova a doverla affrontare. e dunque l’obiettivo è quello di riportarsi sempre al caso di una situazione sicura.

Quindi se la *somma-nim* della configurazione iniziale è una configurazione *sicura* esiste una strategia vincente per il secondo giocatore altrimenti esiste una strategia vincente per il primo giocatore.

Ad esempio se all'inizio il numero di oggetti totali è dispari, significa che la suddivisione negli *n* insiemi deve prevedere un numero dispari di insiemi con una quantità dispari di elementi per ogni insieme. Ma questo implica che nell’ultima colonna ci sarà un numero dispari di numeri 1, e dunque che la *somma-nim* sarà *insicura*; il primo a giocare ha quindi una strategia vincente: lasciare ad ogni colpo l'avversario con una situazione stabile!

Se invece il numero totale di oggetti coinvolti è pari, a priori non si può dire nulla perché il fatto che la *somma-nim* sia *sicura* o *insicura* dipende dal numero di elementi in ciascun insieme.

Una volta sviscerata la strategia si possono lasciar condurre partite a coppie con la richiesta agli allievi di tenere traccia di tutte le mosse e di come queste vanno a modificare la configurazione sicura o insicura trovata.

Di seguito si riporta un esempio di successione di mosse che potrebbe fare il secondo giocatore per poter vincere la partita. Si parte dalla configurazione 2-6-13-9

23 22 21 20

9 1 0 0 1

5 1 0 1

6 1 1 0

2 1 0

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

d p p p

23 22 21 20

9 1 0 0 1

13 1 1 0 1

6 1 1 0

2 1 0

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

p p p p

secondo giocatore

primo giocatore

secondo giocatore

secondo giocatore

primo giocatore

primo giocatore

23 22 21 20

0 0 0 0 0

0 0 0 0

1 0 0 1

0 0 0

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

p p p d

23 22 21 20

1 0 0 0 1

0 0 0 0

1 0 0 1

0 0 0

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

p p p p

23 22 21 20

1 0 0 0 1

0 0 0 0

1 0 0 1

2 1 0

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

p p d p

23 22 21 20

1 0 0 0 1

2 0 1 0

1 0 0 1

2 1 0

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

p p p p

secondo giocatore

primo giocatore

23 22 21 20

1 0 0 0 1

2 0 1 0

6 1 1 0

2 1 0

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

p d d d

23 22 21 20

1 0 0 0 1

5 1 0 1

6 1 1 0

2 1 0

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

p p p p

23 22 21 20

0 0 0 0 0

0 0 0 0

0 0 0 0

0 0 0

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

p p p p

**BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA**

F. Eugeni, R Mascella, D. Tondini, Un’applicazione del calcolo binario: il gioco del Nim, dal «Periodico di Matematiche - Serie VIII - vol. I - n. 4», Mathesis, Barletta BA 2001.

Gardner M. (1967). *Enigmi e giochi matematici vol. I*. [Sansoni](https://it.wikipedia.org/wiki/Sansoni" \o "Sansoni) (Hexaflexagons and Other Mathematical Diversions: The First "Scientific American" Book of Puzzles and Games, University of Chicago Press, 1959; ristampato, 1988)

Bouton C. L. (1901). Nim, A Game with a Complete Mathematical Theory. The Annals of Mathematics, 2nd Ser., Vol. 3, No. 1/4, pp. 35-39.

https://areeweb.polito.it/didattica/polymath/htmlS/probegio/Mathemagica/IlMagodelNIM/IlMagodelNIM.htm

http://utenti.quipo.it/base5/jsnim/jsnim.htm

https://en.wikipedia.org/wiki/Nim

http://www.madras.fife.sch.uk/departments/Mathematics/activities/games/sprouts.html